

今回の内容

3.1 自然数の符号化 3-1
 3.2 演習問題 3-3

3.1 自然数の符号化

前回までに、音の波形など、時間的に変化するアナログ量は、D/A変換によって0/1の並び(ビット列)に符号化されることで、計算機での処理が可能となっていることを説明しました。1枚の写真のような静止画は、画面を細く分割し、それぞれの区画の色や明るさなどのアナログ量を量子化することによって、同様にデジタル情報に変換することができます。また、動画は時間とともに変化していく静止画と考えることができますから、音の場合と同様に時間の流れに沿って標本化を行い、得られた静止画をそれぞれデジタル情報に変換してやれば、動画全体をデジタル化することができるはずで

以上のようなアナログ情報の他にも、いろいろな情報が0/1の並びに符号化されて計算機で処理されますが、ここではまず、最も基本となる自然数(0以上の整数)の符号化の方法を紹介します。

二進法による表現

計算機が扱う情報の中で最も基本的なものは整数値です。整数は飛び飛びの値しか取り得ませんから、限られた範囲の整数値はデジタル情報として表現することができます。たとえば、0~255の範囲の整数は8bitのデジタル情報で表現することができます。同じ8bitを使って-128~127の範囲の整数を表すこともできます。32bitあれば(たとえば)0~4294967295(=2³²-1)の範囲や-2147483648(=-2³¹)~2147483647(=2³¹-1)の範囲の整数を表すことができます。いずれにせよ、どのようなパターンの0/1の並びが、どの整数を表すのかについて取り決めをした上で、整数値の処理(計算など)を行わなければなりません。

自然数(0以上の整数)を0/1の並びで表現する最も自然な方法¹は、その整数を二進法で書き表したときの0/1の並びをそのまま利用することです。たとえば、8bitで0~255を表す場合、その対応は右の表のようになります。二進法で数を表したものを二進数と呼びますが、整数や実数のような数の種類を指しているのではなく、数の表記の仕方のことを指していることに注意してくださ

8 bit のビット列	整数値(十進法)
00000000	0
00000001	1
00000010	2
00000011	3
00000100	4
00000101	5
00000110	6
00000111	7
00001000	8
00001001	9
00001010	10
⋮	⋮
00010000	16
⋮	⋮
00100000	32
⋮	⋮
01000000	64
⋮	⋮
10000000	128
⋮	⋮
11111110	254
11111111	255

¹負の整数の表現方法については、第11回で解説します

い。同じように、数の十進法による表記を十進数と呼びます。

十進法から二進法への変換

十進法で書かれた非負の整数を二進数へ変換するためには、与えられた十進数に対して、2で割った商を求める操作を(商が)0になるまで繰り返します。このときの割り算の余りを右から左へ並べて得られる0/1の列が、元の十進数に対応する二進数となります。

2)	7213	
2)	3606	... 1
2)	1803	... 0
2)	901	... 1
2)	450	... 1
2)	225	... 0
2)	112	... 1
2)	56	... 0
2)	28	... 0
2)	14	... 0
2)	7	... 0
2)	3	... 1
2)	1	... 1
	0	... 1

\Rightarrow

1110000101101
←

得られた余り(0/1)を
右から左に並べる

二進法から十進法への変換

逆に二進法で表された数を十進法へ変換するには、0から始めて、最も左の桁(最高位)から、右の桁に向かって、「それまでの計算結果を2倍して、その桁の値(0または1)を加える」という操作を、一の位(最下位)まで繰り返します。

			0
	1	0 × 2 + 1 =	1
	1	1 × 2 + 1 =	3
	1	3 × 2 + 1 =	7
	0	7 × 2 + 0 =	14
	0	14 × 2 + 0 =	28
	0	28 × 2 + 0 =	56
	0	56 × 2 + 0 =	112
	1	112 × 2 + 1 =	225
	0	225 × 2 + 0 =	450
	1	450 × 2 + 1 =	901
	1	901 × 2 + 1 =	1803
	0	1803 × 2 + 0 =	3606
	1	3606 × 2 + 1 =	7213

1110000101101
→

 \Rightarrow

二進数を十進数へ変換する別の方法として、最も右の桁(一の位)から順に、その桁の数(0/1)をそれぞれ、1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ... 倍したものの和を求めても構いません。二進数の0/1の

並びの中に1となっている桁が少ない場合は、こちらの方が容易に変換できます。

$$\begin{array}{r}
 \underline{1110000101101} \quad \Rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 1 \quad \times 1 = 1 \\
 0 \quad \times 2 = 0 \\
 1 \quad \times 4 = 4 \\
 1 \quad \times 8 = 8 \\
 0 \quad \times 16 = 0 \\
 1 \quad \times 32 = 32 \\
 0 \quad \times 64 = 0 \\
 0 \quad \times 128 = 0 \\
 0 \quad \times 256 = 0 \\
 0 \quad \times 512 = 0 \\
 1 \quad \times 1024 = 1024 \\
 1 \quad \times 2048 = 2048 \\
 + 1 \downarrow \times 4096 = 4096 \\
 \hline
 7213
 \end{array}
 \end{array}$$

つぎの2の冪乗の値は頻繁に登場しますので暗記しておきましょう。

$$2^4 = 16, \quad 2^8 = 256, \quad 2^{10} = 1024, \quad 2^{16} = 65536$$

3.2 演習問題

1. 十進法で表された次の整数を、それぞれ二進法で表しなさい。

11, 12, 13, 14, 15, 16, 20, 30, 40, 50, 100, 1000

2. 二進法で表された次の整数を、それぞれ十進法で表しなさい。

10001, 10010, 10011, 10100, 10000000, 11111111, 100000000, 111111111

3. 自分の学籍番号から数字以外の文字を除いてできる数字の列を十進法で表現された整数と見なして、その整数を二進法で表しなさい。