計算機システムⅠ・第１回

2022 年 4 月 13 日

今回の内容

シラバス抜粋

以下は、4 月 1 日現在のシラバスですが、新型コロナウィルス感染症の影響で、成績評価方法を含めて変更される可能性がありますので注意してください。

講義概要	簡単な組み合わせ回路、順序回路、さらに、それらを組み合わせた算術演算装置など、ディジタル計算機の動作原理を学びます。
到達目標	PC やスマートフォンなどで使われているディジタル計算機がどのような仕組みで動作しているのかを理解し、その原理を説明できるようになる。
講義方法	配布資料に沿って講義を行ないます。
系統的履修	「情報処理の基礎」の内容が前提となります。
成績評価の方法	期末試験 (100 点満点) と提出された演習課題等で評価します。期末試験が x 点、課題の得点率が y % のとき、総合的な成績は $x + (100 - x)y/500$ 点 (端数切り捨て) となります。
講義計画	(1) 真理値と論理演算、真理値表 (2) 論理演算の性質とブール代数 (3) 論理ゲートと論理回路 (4) 論理関数とカルノー図 (5) 論理和標準形 (6) 加算器 (7) いろいろな演算回路 (8) 組み合わせ論理回路と順序論理回路、SR-フリップフロップ (9) D-ラッチと D-フリップフロップ (10) T-フリップフロップと JK-フリップフロップ、カウンタ (11) 状態遷移図と順序回路の実現法 (12) 簡単な計算機 (13) 単純な 4bit CPU (14) パイプライン処理 (15) まとめ
テキスト	なし。配布資料は次の Web ページからから入手できます。 `http://www602.math.ryukoku.ac.jp/CSys1/`
参考文献	秋田 純一『ゼロから学ぶディジタル論理回路』(講談社) 2,750 円 南谷 崇『論理回路の基礎』(サイエンス社) 2,310 円 田丸 啓吉『論理回路の基礎』(工学図書) 2,530 円

メモ

1.1 真理値

ものの個数を扱う際に、小学校で学んだ自然数 (1、2、3、. . .) と、その自然数に関する足し算 (加法)、引き算 (減法)、掛け算 (乗法)、割り算 (除法) などの演算 (算法) が大変役に立っていることは言うまでもありません。数の概念は、必要に応じて、この自然数から、整数、有理数、実数、複素数、. . . とより複雑なものに拡張されて行くことになりますが、場合によっては、自然数よりもさらに単純な概念が有用なことがあります。

1 年次後期の必修科目「情報処理の基礎」では、PC やスマートフォンなどで使われているディジタル計算機が、電圧の高低 (基準となるある値より高いのか低いのか) などの 2 通りの区別と、その組み合わせによって情報を表現し、操作 (計算) していることを学びました。電圧の高低、物の有り無し、命題の真偽など、2 通りの値しかない世界を考えた時、その 2 通りの値のことを**真理値 (truth value)** と呼び、次の表のように、通常、0 と 1 で表わします。

真理値	0	1
電圧[1]	低い	高い
物	無い	有る
命題	偽	真

この科目では、この 0 と 1 の 2 通りの値だけからなる計算の世界が、どのようにディジタル計算機の動作原理に結び付いているのかについて解説します。

メモ

1.2 論理演算

自然数に関して加算や乗算などの基本的な演算 (算法) が有用だったように、真理値に関しても、**論理演算**と呼ばれるいくつかの演算 (算法) を考えます。最も基本的な論理演算は次の 3 つです。

$$\text{否定} \qquad \bar{x} = \begin{cases} 1 & (x = 0 \text{ のとき}) \\ 0 & (x = 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$\text{論理積} \qquad x \cdot y = \begin{cases} 1 & (x \text{ と } y \text{ がともに } 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

$$\text{論理和} \qquad x + y = \begin{cases} 1 & (x \text{ と } y \text{ の少なくとも一方が } 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

[1]ディジタル回路では、このように電圧が低い場合を 0、高い場合を 1 とする割り当て方の他に、低い場合を 1、高い場合を 0 とみなす割り当て方もあります。前者の割り当て方は「正論理」、後者は「負論理」と呼ばれます。

この科目では、否定、論理積、論理和の演算を、それぞれ、上に記したように $\bar{x}$、$x \cdot y$、$x + y$ と書き表すことにしますが、他にも次のような書き方があります。

x の否定	$\bar{x}$	x'	$\neg x$	$\sim x$	**not** x
x と y の論理積	$x \cdot y$	xy	$x \wedge y$	$x \,\&\, y$	x **and** y
x と y の論理和	$x + y$		$x \vee y$		x **or** y

命題の真偽がそれぞれ、1 と 0 に対応していると考えた場合、$\bar{x}$、$x \cdot y$、$x + y$ は、それぞれ、「x でない」、「x かつ y」、「x または y」の真偽を表します。

メモ

論理式　真理値を表す変数 x、y、z、$\ldots$ を**論理変数**と呼びます。また、$\mathsf{0}$ と $\mathsf{1}$ を、それぞれ、真理値の 0 と 1 を表す**論理定数**として扱います。論理変数と論理定数、論理演算を組み合わせて作られる式を**論理式**と呼びます。論理演算の計算順序を表すためには括弧を用います。

$$\text{論理式の例:}\qquad \mathsf{0},\ \mathsf{1},\ x,\ \bar{z},\ \mathsf{0} + y,\ \bar{x} + y \cdot \bar{z},\ \overline{(\bar{x} + z \cdot x)} \cdot (x + \mathsf{0} + \bar{z}) \cdot y$$

$x + y \cdot z$ のように論理和と論理積の計算が混じっている場合は、$x + (y \cdot z)$ のような括弧があるものとみなして、論理積の計算を論理和の計算よりも先に行うものとします。また、$x + y + z$ や $x \cdot y \cdot z$ のように同じ演算が続く場合は、それぞれ $(x + y) + z$ や $(x \cdot y) \cdot z$ のような括弧があるものとみなし、左から右へ計算しますが、この計算の順序を変えても計算結果自体は変わりません。

メモ

同値な論理式　2 つの論理式 A と B があった場合、そこに現れている論理変数が、それぞれ (0 と 1 の内の) いずれの値であったとしても、論理式 A と B の値が等しいとき、A と B は**同値**であると言い、$A = B$ と書き表します。例えば、論理積や論理和の定義を考えると、$x \cdot y = y \cdot x$ や $x + y = y + x$ が成り立つことが分かります。

メモ

1.3　真理値表

論理式の中に現れている論理変数の値が決まれば、その論理式全体の値が決まります。この対応関係を表で表したものを**真理値表 (truth table)**、あるいは**真理表**と呼びます。論理式の中に n 個の論理変数があれば、それらの値の組み合わせは 2^n 通りありますが、それぞれの場合について論理式の値がどうなるかを真理値表の各行に記述します。例えば、否定、論理積、論理和の 3 つの論理演算を行ってできる論理式、$\bar{x}$、$x \cdot y$、$x + y$ の真理値表は、それぞれ次のようになります。

x	$\bar{x}$
0	1
1	0

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

x	y	$x + y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

また、論理式 $x \cdot (\bar{y} + z)$ と $y \cdot \bar{z} + \overline{x \cdot \bar{y}}$ の真理値表は次のようになります。

x	y	z	$x \cdot (\bar{y} + z)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

x	y	z	$y \cdot \bar{z} + \overline{x \cdot \bar{y}}$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

真理値表は、通常、各論理変数の値の列を 2 進表記の (非負の) 整数みなしたとき、小さい順に行が並ぶように書きます。

メモ

計算機システム I・第 1 回・終わり